

次の式を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

$$\int_1^x (x-t)f(t) dt = x^4 - 2x^2 + 1$$

$xy$  平面上の曲線  $y = 1 - x^2$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) 上に点  $P(t, 1-t^2)$  をとり、点  $P$  から  $x$  軸に下ろした垂線の足を  $Q$  とする。

$PQ$  を一辺にもつ正三角形  $PQR$  を、 $xy$  平面に垂直になるようにつくる。

点  $P$  が点  $(-1, 0)$  から点  $(1, 0)$  まで曲線上を動くとき、正三角形  $PQR$  の周および内部が動いてできる立体の体積  $V$  を求めよ。

次の不定積分を求めなさい。ただし、積分定数は  $C$  とする。

$$\int \sin^5 x dx$$

次の不定積分を求めなさい。積分定数は  $C$  とする。

$$\int x^2 \log x dx$$

次の関数  $f(x)$  について、最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

$$f(x) = \int_0^x (\cos t + \sin 2t) dt \quad \left( 0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi \right)$$

次の関数  $f(x)$  について、最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

---

$$f(x) = \int_0^{\pi} (x \sin t + x^2) dt$$

次の関数  $f(x)$  について、最小値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

---

$$f(x) = \int_0^x (x-t)e^{2t} dt$$

次の式を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

---

$$f(x) = x + \int_0^{\pi} f(t) \sin t dt$$

次の不定積分を求めなさい。ただし、積分定数は  $C$  とする。

$$\int \frac{x}{4x^2+3} dx$$

次の関数  $f(x)$  について、最大値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

---

$$f(x) = \int_0^x (\cos t + \sin 2t) dt \quad \left( 0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi \right)$$